Staatliches Polytechnikum Coburg — SS 1968 — Kurs E2a/b

Mehringer.

Semesterprüfung

Prüfungsfach: Elementarmathematik

Prüfungstag: 4.7.68 15. Okt 1968

Reine Arbeitszeit: 90 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Ergänzte mathematische Formelsammlung.

Aufgaben

1. Es sei $\mathfrak{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\mathfrak{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\mathfrak{x} = \mathfrak{u} + \lambda \mathfrak{v}$ die Gleichung einer Geraden g.

   a) Liegt der Punkt $P(-1\,;\,1)$ auf dieser Geraden? (Beweis durch Rechnung!)
   b) Wie heißt die Normalenform dieser Geradengleichung?
   c) Wie heißt die Hessesche Normalform?
   d) Welchen Abstand hat die Gerade vom Ursprung?
   e) Welchen Abstand hat der Punkt $Q(-2\,;\,-1)$ von der Geraden?

2. Gegeben sin zwei Gerade durch die Gleichungen:

   $$g_1:\ x + y + 4 = 0$$
   $$g_2:\ 3x - 4y + 5 = 0.$$

   a) Bestimme die Normalenvektoren der beiden Geraden von der Länge 1.
   b) Berechne daraus den spitzen Winkel, den die beiden Geraden einschließen.

3. Folgende Komplexe Zahlen sind auf die Eulersche Form zu bringen:

   $\underline{z}_1 = -2\,(\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ)$

   $\underline{z}_2 = \cos 45^\circ - j \sin 45^\circ$

   $\underline{z}_3 = -\cos\varphi + j \sin\varphi$ (φ beliebiger spitzer Winkel!)

4. Es sei $\underline{z}_1 = 5 - 3j$ und $\underline{z}_2 = -2 - 3j$.

   a) Bringe diese Zahlen auf die Eulersche Form.
   b) Berechne das Produkt $\underline{z}_3 = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2$ in der Eulerschen Form.
   c) Bestimme Real- und Imaginärteil von $\underline{z}_3$.

5. Bestimme alle 4. Wurzeln der Zahl $\underline{z} = -j$ und stelle sie in der Gaußschen Form dar!

6. Es sei $\underline{z}_1 = 1 - j$ und $\underline{z}_2 = -1 - j$.

   a) Wie heißt die komplexe Gleichung dieser Geraden in der Gaußschen Zahlenebene? (Zeichnung! Einheit 5cm).
   b) Welche Kurve stellt die inverse Gleichung dieser Geradengleichung dar? (Man zeichne diese Kurve ein und gebe die reelle Gleichung dieser Kurve an!)

My.

Staatliches Polytechnikum Coburg — Kurs: E 1b

W.S. 1967/68 — Mehringer

Semesterprüfung

Prüfungsfach: Elementare Mathematik
Prüfungstag: 22. 1. 1968
Reine Arbeitszeit: 90 Minuten
Erl. Hilfsmittel: Rechenstab, Logarithmentafel, Formelsammlung Bartsch

Aufgaben:

1) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x - y - 2z &= 0; \\ x + 2y - 8z &= 0; \\ 2x - 3y - z &= 3; \end{aligned}$$

2) Gegeben ist das Polynom $p_3(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 4$.

a) Berechnen Sie das reduzierte Polynom $p_3(z)$ durch Entwicklung an der Stelle $x_1 = -\dfrac{a_{n-1}}{n \cdot a_n}$!

b) Bestimmen Sie graphisch die Nullstellen des Polynoms $p_3(z)$! (Einheit auf der z-Achse 2 cm, auf der y-Achse 1 cm)

c) Verbessern Sie Ihr Ergebnis aus b) auf 3 geltende Ziffern !

3) Gegeben sind die Ortsvektoren $\overrightarrow{0A} = \mathfrak{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{0B} = \mathfrak{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie
a) die Koordinaten und die Länge des Vektors $\mathfrak{b} - \mathfrak{a}$,
b) den Mittelpunkt M der Strecke AB,
c) die Gleichung der durch A und B festgelegten Geraden,
d) den Winkel zwischen $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$,
e) das Vektorprodukt $\mathfrak{c} = \mathfrak{a} \times \mathfrak{b}$.

f) Zeigen Sie, daß $\mathfrak{c}$ auf $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ senkrecht steht !

4) Ein Hubschrauber mit der Eigengeschwindigkeit vom Betrag $v_1 = 50$ m/s, der genau nach Osten fliegen soll, wird von SW-Wind der "Stärke" $v_2 = 9$ m/s beeinflußt. Welchen Kurs (= Winkel gegen die Ostrichtung) muß der Hubschrauber steuern und welche resultierende Geschwindigkeit ergibt sich ?

(Zeichnen Sie das Vektordreieck in geeignetem Maßstab und berechnen Sie die gesuchten Größen mit Sätzen der Trigonometrie)

5) Bestimmen Sie die Lösungsmenge (Hauptwerte genügen) der goniometrischen Gleichung

$$5 \cdot \tan^2 x = 6 \cdot \sin x .$$

$$\frac{5 \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} = 6 \sin x$$

1

Staatliches Polytechnikum Coburg

Kurs: ~~E 3 a~~
E 3 b

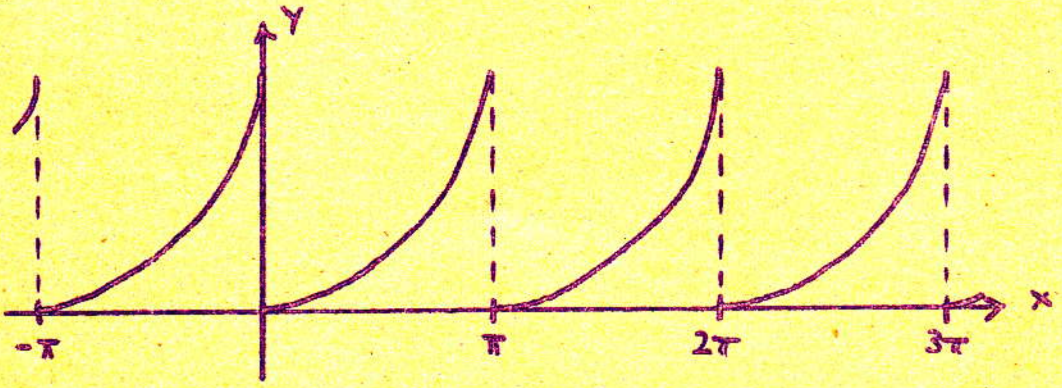
Mehringer

W.S. 1968/69

Vorprüfung

Prüfungsfach: Höhere Mathematik
Prüfungstag : 27.1.69
Reine Arbeitszeit: 90 Minuten
Erl. Hilfsmittel : Formelsammlungen, Zahlentafeln

1. Gegeben ist die Funktion $y = e^{x}$ im Intervall $0 \leq x < \pi$.
Diese wird periodisch fortgesetzt (siehe Bild).



Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten und schreiben Sie die ersten drei Glieder der Fourierreihe auf.

2. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen

a) $\sqrt{9 - x^2} \cdot y' = 1$ mit $y(1) = 3$

b) $y' - y \sin x = e^{-\cos x}$

c) $y'' + 16\, y = \cos 4x$

$\left(e^{1+\cos x}\right)'$

$e^{1+\cos x} \cdot -\sin x$

Staatliches Polytechnikum Coburg

Kurs: E 2 a
E 2 b

Sommersemester 1968

Semesterprüfung

Meiniger.

Prüfungsfach: Höhere Mathematik
Prüfungstag : 2.7.68 12. Okt. 1968
Reine Arbeitszeit: 90 Minuten
Erl. Hilfsmittel : Formelsammlungen, Zahlentafeln

1. Berechnen Sie Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte der Funktion $y = (16x^2 - 24x + 5)\, e^{-x}$, untersuchen Sie das Verhalten für $x \to \pm\infty$ und zeichnen Sie die zugehörige Kurve !

2. Differenzieren Sie

   a) $y = \arcsin \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$

   b) $y = x^{\ln x}$

3. Berechnen Sie

   a) $\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \sin \frac{a}{x}$

   b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln 3x}{\ln (2 \sin x)}$

4. $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^2 (2x)\, dx$

5. Berechnen Sie die Länge des Kurvenbogens der Funktion $y = \ln \sin x$ zwischen $x_1 = 1$ und $x_2 = \pi/2$!

JS

Kurse: E 2a,b

SS 1968 Zwischenprüfung Höhere Mathematik

Reine Arbeitszeit: 35 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlungen, Zahlentafeln

1. Differenzieren Sie

a) $y = \ln(\sin x) + \frac{1}{2}\cos^2 x$ $\quad \cot x \cos^2 x$

b) $y = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$ $\quad -\dfrac{2e^x}{(e^x-1)^2}$

2. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \; e^{\sin x} \, dx$ $\quad 2{,}111$

3. $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$ $\quad 2$,[illegible]

4. Welches gleichschenklige Dreieck mit gegebenem Schenkel s = 10 cm besitzt die größte Fläche? Zeigen Sie, daß der gefundene Extemwert ein Maximum ist!

Staatliches Polytechnikum Coburg   Kurs: E 1 b

Wintersemester 1967/68   Mehringer

Semesterprüfung

Prüfungsfach:	Höhere Mathematik
Prüfungstag :	30. 1. 1968
Reine Arbeitszeit:	90 Minuten
Erl. Hilfsmittel :	Mathematische Formelsammlung

A u f g a b e n

1) Durch die Funktionsgleichung:

$$y = \left(\frac{x - 1}{x^3} \right)^3$$

ist eine Kurve gegeben. Man zeichne diese Kurve in ein Cartesisches Koordinaten-system (Einheit auf der x-Achse 1 cm, auf der y-Achse 5 cm). Dabei sollen folgende Punkte besonders untersucht werden:

a) Symmetrieeigenschaften
b) Definitionsbereich
c) Verhalten für (positive und negative) kleine x
d) Verhalten für (positive und negative) große x
e) Nullstellen
f) Stellen mit horizontaler Tangente (Art!)
g) Wendepunkte

~~Bei sämtlichen Berechnungen genügt Rechenstabgenauigkeit~~!

2) Durch die Gleichungen:

$$x = \sin t$$
$$y = \sin t - \cos t$$

ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben.

a) Stelle eine Wertetabelle im Bereich $0 \leq t \leq 2\pi$ in Abständen von $\frac{\pi}{4}$ auf und zeichne die erhaltenen Punkte in ein Cartesisches Koordinatensystem ein (Einheit auf beiden Achsen 5 cm).
b) Berechne die Punkte, an denen die Kurve horizontale Tangenten besitzt. Diese Tangenten sind einzuzeichnen.
c) Berechne die Punkte, in denen die Kurve vertikale Tangenten besitzt und zeichne auch diese Tangenten ein.
d) Welche Steigung haben die Tangenten in den Nullstellen der Kurve? Zeichne diese Tangenten ebenfalls ein.
e) Mit Hilfe der Punkte a) - d) ist nun die Kurve möglichst genau zu zeichnen.

3) Gegeben ist die Funktion:

$$y = (1+s)\cdot x - s\cdot x^3 \qquad s>0$$

Mehringer

a) Berechne die Nullstellen und die Extremwerte der zugehörigen Kurve (Abszissen genügen) und skizziere die Kurve. (Für die Zeichnung: $\xi = \frac{1}{3}$)

b) Berechne die Fläche, die die Kurve mit der positiven x-Achse einschließt.

c) Für welchen Wert von ξ ist diese Fläche ein Extremwert?

d) Um welche Art von Extremwert handelt es sich? Wie groß ist in diesem Fall die Fläche.